תעודת זהות:

מספר מחברת:

סהב	3	2	1

מבחן מועד א' במודלים חישוביים, סמסטר ב' 2011

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' ישי מנצור, פרופ' נחום דרשוביץ

מתרגלים: מריאנו שיין, אורי להב

03/07/11

הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. **יש לענות על השאלות הסגורות בטופס התשובות ועל השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיוטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
   יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז **ומספר גרסה**.
6. במבחן 10 שאלות סגורות ו-2 שאלות פתוחות.
   א. בנוגע לשאלות הסגורות:
      - הניקוד לכל שאלה הינו 6 נקודות. תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.
      - לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בטופס התשובות המצורף.
      - יש לזכור למלא שם, ת.ז. ו**מספר גרסה** בטופס התשובות המצורף.
   ב. בנוגע לשאלות הפתוחות:
      - הניקוד לכל שאלה הינו 20 נקודות (כל סעיף 10 נקודות).
      - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
      - יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.

בהצלחה!

מספר הגרסה שלך הוא: **1**

סמן זאת כרגע בטופס התשובות!

תעודת זהות:

מספר מחברת:

חלק א: שאלות סגורות

שאלה 1

מנסים להגדיר מחלקה דומה למחלקה P, אך רוצים שהיא תכלול גם שפות כריעות למחצה, ולא רק שפות כריעות. לצורך כך מגדירים: מ"ט M **מקבלת** שפה L בזמן פולינומיאלי אם M מקבלת את L וקיים פולינום p כך שכאשר ריצת M על קלט x מסתיימת, אז היא מסתיימת כעבור לכל היותר $p(|x|)$ צעדים.
את המחלקה PE מגדירים בתור קבוצת השפות שקיימת מ"ט שמקבלת אותן בזמן פולינומיאלי.

א. PE=R
ב. PE=RE
ג. PE=P
ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה

פתרון: תשובה ג. בהינתן מכונה M שמקבלת את L בזמן פולינומיאלי, אפשר לבנות מכונה 'M שמכריעה את L בזמן פולינומיאלי. בהינתן קלט x, 'M תדמה את ריצת M על x למשך $p(|x|)$ צעדים, תקבל/תדחה אם M קבלה/דחתה בזמן זה, ואם M לא עצרה, 'M תדחה. ספירת הצעדים משאירה את סיבוכיות זמן הריצה פולינומיאלית.

שאלה 2

מ"ט אקספוננציאלית M פועלת בדיוק כמו מ"ט רגילה אך מפסיקה לפעול כעבור 2011^n צעדים כאשר n הוא אורך הקלט. כרגיל, L(M) מוגדרת להיות קבוצת המילים ש- M מקבלת (לפני שהפסיקה לפעול). נתונה בעיית הכרעה:

קלט: מ"ט אקספוננציאלית M וקלט w
שאלה: האם $w \in L(M)$?

לאיזו מחלקה שייכת בעיה זו ?

א. R
ב. RE – R
ג. coRE – R
ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

פתרון: תשובה א. ניתן לדמות את ריצת M ולענות בהתאם.

שאלה 3

בהמשך לשאלה הקודמת, נתונה בעיית הכרעה נוספת:

קלט: מ"ט אקספוננציאלית M
שאלה: האם $L(M)=\emptyset$?

לאיזו מחלקה שייכת בעיה זו ?

א. R
ב. RE – R
ג. coRE – R
ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

פתרון: תשובה ג. ב-coRE כי ניתן לעבור קלט-קלט עד שיימצא קלט שהמכונה מקבלת. לא ב-R בדומה ל-LBA (כי ניתן לבנות checker במודל זה).

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4

נתונות זוג שפות NP-שלמות L_1 ו-L_2. תחת ההנחה ש-P≠NP, מה מהבאים בהכרח נכון?

א. $L_1 \cup L_2$ NP-שלמה.
ב. $L_1 \cap L_2$ NP-שלמה.
ג. שתי התשובות א' ו-ב' נכונות.
ד. שתי התשובות א' ו-ב' אינן נכונות.

פתרון: תשובה ד.

שאלה 5

נתונה בעיית ההכרעה הבאה:

קלט: דקדוק ח"ה G
שאלה: האם L(G) סופית?

לאיזו מחלקה שייכת בעיה זו ?

א. R
ב. RE – R
ג. coRE – R
ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

פתרון: תשובה א. היה בשיעורי בית.

שאלה 6

דקדוק ח"ה נקרא סימטרי אם לכל כלל גזירה בדקדוק מהצורה A -> w מתקיים $w=w^R$.
שפה נקראת סימטרית אם L=Reverse(L).

א. כל דקדוק חסר הקשר סימטרי מייצר שפה סימטרית.
ב. לכל שפה סימטרית, קיים דקדוק ח"ה סימטרי שמייצר אותה.
ג. שתי התשובות א' ו-ב' נכונות.
ד. שתי התשובות א' ו-ב' אינן נכונות.

פתרון: תשובה א.

שאלה 7

מצב q ב-DFA נקרא "בור" אם לכל תו $a\in\Sigma$ מתקיים $\delta(q,a)=q$.
שפה L נקראת "שפת בורות" אם קיים DFA שמקבל את L, כך שכל מצב מקבל ב-DFA זה הוא בור.

א. מחלקת שפות הבורות לא סגורה תחת איחוד וסגורה תחת Reverse.
ב. מחלקת שפות הבורות סגורה תחת איחוד ולא סגורה תחת Reverse.
ג. מחלקת שפות הבורות סגורה תחת איחוד וסגורה תחת Reverse.
ד. מחלקת שפות הבורות לא סגורה תחת איחוד ולא סגורה תחת Reverse.

פתרון: תשובה ב.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 8

ביטוי רגולרי מורחב הוא ביטוי רגולרי בו ניתן להשתמש בחזקות מהצורה "k<" כאשר k הוא מספר טבעי.
לדוגמא, $(a+b)^{<5}$ נותן את כל המילים המורכבות מ-a ומ-b שאורכן גדול מ-5.
איזו קבוצת שפות מתקבלת ע"י ביטויים רגולרים מורחבים?

א. בדיוק קבוצת השפות שניתנות להכרעה ע"י LBA.
ב. בדיוק קבוצת השפות חסרות ההקשר.
ג. בדיוק קבוצת השפות הרגולריות.
ד. אף תשובה אינה נכונה.

פתרון: תשובה ג.

שאלה 9

נתונה בעיית ההכרעה הבאה:

קלט: מספרים שלמים $a_1,\ldots,a_n$ ו-b
שאלה: האם קיימים $x_1,\ldots,x_n\in\{0,1\}$ כך ש-$\sum x_i a_i=b$?

א. הבעיה היא NP-שלמה כי היא מקרה פרטי של Integer Programming.
תזכורת: הבעיה Integer Programming היא הבעיה הבאה:
קלט: קבוצה של m אי-שוויונות לינאריים עם מקדמים שלמים מעל משתנים $x_1,\ldots,x_n$.
שאלה: האם יש פתרון כאשר כל ה-x_iים שלמים?
ב. הבעיה ב-P כיוון שזו משוואה לינארית.
ג. הבעיה היא NP-שלמה ע"י רדוקציה מ-Subset Sum.
ד. אף תשובה אינה נכונה.

פתרון: תשובה ג.

שאלה 10

תהא $A \in RE - R$. נגדיר: $B = \{ \langle M \rangle \mid A \leq_m L(M) \}$.
לאיזו מחלקה שייכת השפה B?

א. R
ב. RE – R
ג. coRE – R
ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

פתרון: תשובה ד.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

חלק ב: שאלות פתוחות

שאלה 1

$$L_1 = \left\{ < M > \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{M is a TM and for all input w, in the computation M(w)} \\ \text{there is a state q that is visited an infinite number of times} \end{array} \right\}$$

א. באיזו מחלקה נמצאת L_1 ? (סמן את התשובה הנכונה וכתוב הסבר)

a. R (יש לתאר פרוצדורה מכריעה)

b. RE אך לא ב R (יש לתאר פרוצדורה מקבלת, ולהראות ש L אינה ב R)

c. לא ב RE (יש להוכיח)

תשובה והסבר:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

$$L_2=\left\{< M > \;\middle|\; \begin{array}{c}\text{M is a TM and there exists an input w such that in the computation}\\ \text{of M(w) the head only moves right and M never stops}\end{array}\right\}$$

ב. באיזו מחלקה נמצאת L_2 ? (סמן את התשובה הנכונה וכתוב הסבר)

a. R (יש לתאר פרוצדורה מכריעה)

b. RE אך לא ב R (יש לתאר פרוצדורה מקבלת, ולהראות ש L אינה ב R)

c. לא ב RE (יש להוכיח)

תשובה והסבר:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2

Literal (ליטרל) הוא משתנה בוליאני, או שלילה של משתנה בוליאני. למשל כל אחד מהבאים: $x_1 , x_2, \overline{x_3}$.

Clause (פסוקית) הוא Or של ליטרלים. למשל: $x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$

Term הוא AND של ליטרלים . למשל: $x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$

DNF הוא OR של Terms. למשל $(x_1 \wedge \overline{x_2}) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_4)$

בעיית T-DNF: בהינתן DNF, יש לקבוע האם קיימת הצבה מספקת (הצבה שתיתן ערך TRUE)

בעיית F-DNF: בהינתן DNF, יש לקבוע האם קיימת הצבה לא מספקת (הצבה שתיתן ערך FALSE)

א. תלמיד הציע את הרדוקציה הבאה מ 3-SAT ל T-DNF: בהינתן נוסחה *H* בצורת 3-CNF להפוך אותה לנוסחת DNF ע"י הפעלת חוק הפילוג.
למשל, עבור $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee x_1)$, הפלט של הרדוקציה המוצעת הוא:

$$(x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_1) \vee (\overline{x_2} \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge x_2) \vee (\overline{x_2} \wedge x_1) \vee (x_4 \wedge x_3) \vee (x_4 \wedge x_2) \vee (x_4 \wedge x_1)$$

התלמיד טוען שהרדוקציה מראה שהבעיה T-DNF היא NP-קשה. האם התלמיד צודק?

כן / **לא**

הסבר (אם "כן" הוכח, אם "לא" הסבר ו/או תן דוגמה).

תעודת זהות:

מספר מחברת:

ב. תלמידה הציעה את הרדוקציה הבאה מ 3-SAT ל F-DNF: בהינתן נוסחה *H* בצורת 3-CNF להפוך אותה לנוסחת DNF באופן הבא: מכל פסוקית (Clause) של H, בונים Term שמרכיביו הם שלילתם של הליטרלים שהופיעו בפסוקית.
למשל, עבור $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee x_1)$, הפלט של הרדוקציה המוצעת הוא:
$(\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_4}) \vee (\overline{x_3} \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_1})$

התלמידה טוענת שהרדוקציה מראה שהבעיה F-DNF היא NP-קשה. האם התלמידה צודקת?

כן / לא

הסבר (אם "כן" הוכח, אם "לא" הסבר ו/או תן דוגמה).